

How to use 'WavePropagation1D.for' : hyperbola type PDE

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \alpha = V : \text{wave propagation velocity}$$

Explicit difference form (陽形式)

$$2 \cdot \left[\frac{u(x, t + \Delta t) + u(x, t - \Delta t)}{2} - u(x, t) \right] = \alpha^2 \frac{(\Delta t)^2}{(\Delta x)^2} \cdot 2 \cdot \left[\frac{u(x + \Delta x, t) + u(x - \Delta x, t)}{2} - u(x, t) \right]$$

$$u(x, t + \Delta t) = ?$$

WavePropagation1D.for

Input file: WavePropagation1D.idt

Output files:

WavePropagation1D.odt

WavePropagation1D_000000000.thd

WavePropagation1D_000001000.thd

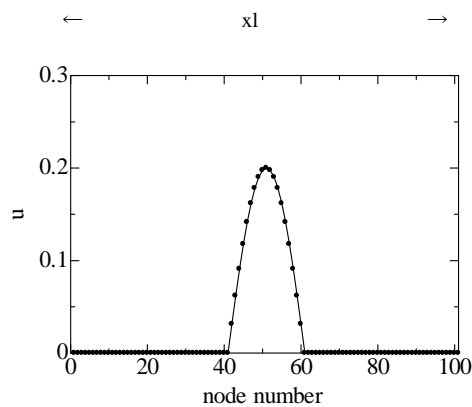
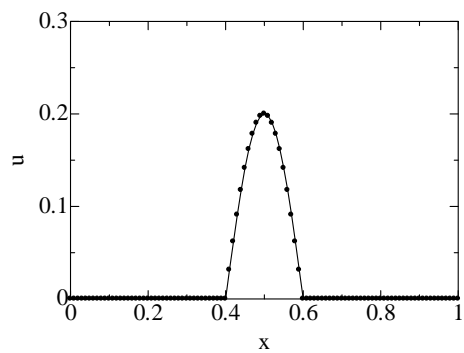
.....

WavePropagation1D_000000000.thd

コメント [A1]: 指定した接点での u , $\partial u / \partial t$, $\partial^2 u / \partial t^2$ の時刻暦

コメント [A2]: 各ステップごとの u , $\partial u / \partial t$, $\partial^2 u / \partial t^2$ の空間分布を出力

コメント [A3]: 下図はこのファイルを使って作成。特に温度というわけではない。



1 51 101
 ← ndivx →
 Number of nodes = ndivx + 1

$\Delta x = x_l / \text{ndivx}$

WavePropagation1D.odt

```
/parameter/
1.0          xl      : length of string
100.0        cwp     : coefficient for wave propagation = velocity^2
100          ndivx   : number of division in x-axial
0.0001       tinc    : time increment for calculation
1000        nstep   : number of calculation steps
1           iprint   : skip number of output; the results will be output
                    at step = (j-1)*iprint   j=1, nstep
51          ipnode   : node number at which time history is output
                    in 'nfodt'
/data/
0           u0()     : array for displacement at each node
0           u0(1)    → node 1st
0           u0(2)    → node 2nd
0           u0(3)    → node 3rd
.....
0.2         u0(51)   → node 3rd
.....
0           u0(ndivx) → node 100th
0           u0(ndivx+1) → node 101th
```

コメント [A4]: ファイル名は固定

コメント [A5]: flag

コメント [A6]: !!!

コメント [A7]: flag

Note:

1. To hold stability condition for numerical analysis by finite difference method with explicit scheme
 $r = \alpha \Delta t / (\Delta x) \leq 1.0$ $(cwp)^{1/2} * (tinc) / (xl / ndivx) \leq 1.0$ **CFL condition**

コメント [A8]: r is output in the file
'WavePropagation1D.odt'.

'thd' files : u distribution at a step

WavePropagation1D_000000000.thd, WavePropagation1D_000000001.thd, WavePropagation1D_000001000.thd

000000000 → 000000001 → 000000002 → → 000001000
 1 (iprint) 1 (iprint) 1 (iprint)

WavePropagation1D_000000000.thd

/ istep= 0 / time= 0.0000000E+00

Node, x, u, du, ddu
 1 0.0000000E+00, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00
 2 0.1000000E-01, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00
 3 0.2000000E-01, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00

 51 0.5000000E+00, 0.2000000E+00, 0.0000000E+00, -0.4923451E+04

 101 0.1000000E+01, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00

WavePropagation1D_000000001.thd

/ istep= 1000 / time= 0.1000000E-03

Node, x, u, du, ddu
 1 0.0000000E+00, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00
 2 0.1000000E-01, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00
 3 0.2000000E-01, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00
 4 0.3000000E-01, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00, 0.0000000E+00.....

WavePropagation1D.odt : time history at node ipnode

/ nstep= 1000 / duration time= 0.1000000E+00 / r= 0.1000000E+00
 / ipnode= 51 / xpnod= 0.5000000E+00 / nthd= 1001

time, u, du, ddu
 0.0000000E+00, 0.2000000E+00, 0.0000000E+00, -0.4923451E+04
 0.1000000E-03, 0.1999508E+00, -0.4924664E+00, -0.4923451E+04
 0.2000000E-03, 0.1998523E+00, -0.9848115E+00, -0.4921026E+04
 0.3000000E-03, 0.1997046E+00, -0.1476914E+01, -0.4917390E+04
 0.4000000E-03, 0.1995077E+00, -0.1968653E+01, -0.4912542E+04

コメント [A9]: initial u distribution

コメント [A10]: nstep=1000

コメント [A11]: nstep

コメント [A12]: iprint 毎に出力

コメント [A13]: ファイル名は固定

コメント [A14]: Step no.

コメント [A15]: Duration time

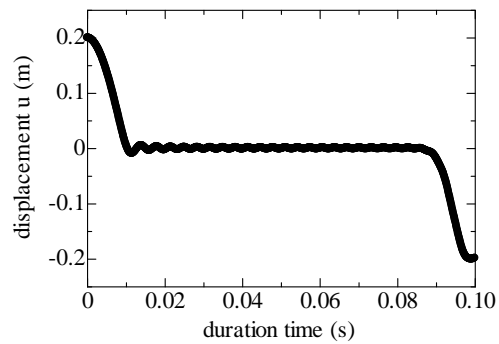
コメント [A16]: Node no, x-coordinate, u , $\partial u / \partial t$, $\partial^2 u / \partial t^2$

コメント [A17]: iprint 毎に出力

コメント [A18]: duration time
 $= \text{time} * \text{iprint} = 0.0001 * 1 = 0.0001$

コメント [A19]: parameter for CFL condition

コメント [A20]: Node no, x-coordinate, u , $\partial u / \partial t$, $\partial^2 u / \partial t^2$



Time history at node ipnode (51th node)

REFERENCE:

- 1)伊里正夫・伊里由美訳: 偏微分方程式 科学者・技術者のための使い方と解き方
Stanley J. Farlow (1982): partial Differential Equations for Scientists and Engineering, John Wiley & Sons, Inc.
- 2)高見頼郎・河村哲也: 偏微分方程式の差分解法, 東京大学出版, 1994
- 3)Courant, R., Friedrichs, K. and Lewy, H.(1967): On the Partial Difference Equations of Mathematical Physics, IBM Journal, Vol.11, pp.215-234.